人類の三大発明は「火」と「ことば」、それと「微積分」だ！

発展　中 3 数学・微分積分の“脱線”読み物　｜　君たちがいま習っている道具は、世界の見え方をどう変えたのか

「人類の三大発明は何か」と訊かれたら、君は何と答えるだろうか。歴史の教科書には「ルネサンスの三大発明」として火薬・羅針盤・活版印刷が載っている。車輪、電気、インターネット、スマートフォンを挙げる人もいるだろう。

僕（木下）の考える答えは、**火の発明、ことばの発明、そして微分積分の発明**である。

たった三百数十年前の計算の道具を火やことばと並べるのは、言い過ぎに聞こえるかもしれない。しかし微積分は、単に「接線の傾きを求める方法」や「面積を求める方法」にとどまらず、科学のやり方を変え、さらには社会のしくみや「人権」という考え方にまで波及していった。僕たちがいま人権を持ち、王の思いのままではなく法の支配のもとである程度の自由を謳歌し、国の主権者の一人であり、しかもそれを当たり前のことだと思っていられるその最も根源的な原因には、ある意味で微積分の発明があるのだ！どういうことか、気になってきたっしょ？

1. 微積分とは何をする道具か

ゼノンの「飛ぶ矢」（二千五百年ほど前）

飛んでいる矢を考える。ある一瞬だけを切り取ると、矢はその瞬間、ある一つの場所に「ある」。一つの場所にあるということは、その瞬間には動いていない。止まっている瞬間をいくら集めても、動きにはならないはずだ。だから矢は動いていない。

もちろん矢は飛ぶのだが、この議論のどこがおかしいのかを言葉で説明するのは、意外に難しい。問題の核心は「**一瞬における速さ**」とは何か、という点にある。速さは「進んだ距離 ÷ かかった時間」で求めるが、一瞬では進んだ距離も時間も 0 で、$\frac{0}{0}$ になってしまう。人類はこの $\frac{0}{0}$ の扱い方を、二千年あまり手にすることができなかった。

■ 微分：0 で割らずに、0 に近づける

時刻 t から、ほんの少しだけ時間 h が経つあいだの平均の速さは $\frac{x(t+h)-x(t)}{h}$ で、これは $h \neq 0$ なら普通に計算できる。そのうえで、h を 0 には**しない**まま、限りなく 0 に**近づけて**いく。そのとき平均の速さが近づいていく先を、「時刻 t における（瞬間の）速さ」と**定義**するのである。

$$v(t) = \lim_{h \to 0} \frac{x(t+h) - x(t)}{h}$$

グラフで見れば、2 点を結ぶ直線（割線）の傾きが、2 点を近づけるにつれて**接線**の傾きに近づいていく様子にあたる（図 1 の左）。たとえば $x(t) = t^2$ なら、平均の速さは $\frac{(t+h)^2-t^2}{h} = 2t + h$ で、h を 0 に近づけると瞬間の速さは $2t$ と決まる。

■ 積分：細かく切って、足し合わせる

曲線で囲まれた図形の面積は、そのままでは公式で求められない。そこで図形を細い長方形に切り分けて全部足し（図 1 の右）、切り方を細かくしたときに合計が近づいていく先を「面積」と定義する。

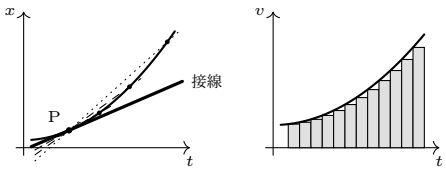


図 1　左は微分（割線が接線に近づく）、右は積分（細かく切って足す）。

そして微積分の最大の発見は、この二つ（接線を求める操作と面積を求める操作）が**ちょうど逆の操作になっている**ことであった。これを**微分積分学の基本定理**という。

それまで面積を求めるのは、曲線ごとに別々の工夫が要る、優れた数学者にしかできない仕事であった。基本定理のおかげで、面積を求める問題は「**微分するとその関数になるものを探す**」問題に置き換わった。たとえば $y = x^2$ と x 軸、直線 $x = 1$ で囲まれた面積は、$\frac{x^3}{3}$ を微分すると x^2 になることから、$\frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{1}{3}$ と一行で求まる。微分は、曲線ごとの工夫の寄せ集めから、誰もが使える一つの計算の体系になったのである。

■ 物理のどこを開いても微積分がある

物理学の基本法則は、ほとんどすべてが微積分を使った式（**微分方程式**）で書かれている。微分方程式とは、「ある量の**変化の仕方**が、いまの状態でどう決まるか」を表す式のことである。

ニュートンの運動方程式	力が「速さの変わり方（加速度）」を決める
マクスウェル方程式	電気と磁気の場の変化。電波・光・回路
シュレーディンガー方程式	電子のふるまい。半導体の設計の土台

2. 誰が微積分をつくったのか

微積分の「部品」（アルキメデスの面積の求め方、フェルマーの接線の求め方など）はそれ以前にも見つかっていた。これらを一つの体系にまとめ上げたのが、次の二人である。



アイザック・ニュートン

Isaac Newton（1643–1727）　イギリスの数学者・物理学者

ペストの流行で大学が閉鎖され、故郷に戻っていた 20 代前半の 1665〜66 年に、微積分（本人は「流率法」と呼んだ）、光の性質、万有引力の着想をまとめて手にしたとされる（「驚異の年」）。1687 年に主著『プリンキピア』を出版。



ゴットフリート・ライプニッツ

Gottfried Wilhelm Leibniz（1646–1716）　ドイツの数学者・哲学者・外交官

ニュートンとは独立に微積分を考え、1684 年に最初の論文を発表。記号 $\frac{dy}{dx}$ や $\int$ を考えた人で、$\int$ はラテン語の summa（和）の頭文字 S を縦に伸ばした形である（数列の和の Σ も同じ S にあたるギリシャ文字）。

コラム：どちらが先か大げんか

二人は「どちらが先に発明したか」で激しく争った。王立協会の調査委員会は 1712 年に「ニュートンが先」と結論したが、その報告書の下書きを書いたのは会長のニュートン本人であった。記号は使いやすいライプニッツのものが広まり、君たちの教科書もそれを使っている。

3. 神話から数式へ

近代より前の世界では、雷はゼウス（日本なら雷神）の怒りであり、彗星は王の死や戦争の前触れであり、疫病や飢饉は神の罰であった。神々の気分しだいで世界が動くのなら、人間にできるのは祈ることと、昔からのしきたりを守ることくらいである。当時の人々にとって、これは疑う対象ですらない真理であった。今の僕たちが「自然には法則がある」と疑わずに受け入れているのと同じで、昔の人が愚かだったわけではない。

フランスの哲学者デカルト（1596–1650）は、図形を数式で表す**座標**を考え出した人で、自然を物質とその運動だけでできた巨大な機械のように考えた。この「**自然は、決まった法則で動く機械である**」と考える立場を**機械論的自然観**という。ただ、デカルトの時代にはまだ、その「しくみ」を正確に書き表して計算で確かめる道具が足りなかった。その道具が微積分であり、それを使って実際に機械の設計図を書き上げてみせたのがニュートンであった。

■ 『プリンキピア』：リンゴと月は同じ法則で動く

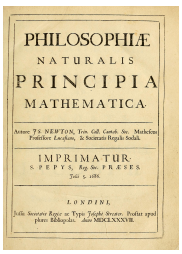


図 2　『プリンキピア』初版（1687 年）の扉。

1687 年、ニュートンは『プリンキピア』で、運動の 3 法則と**万有引力の法則**を示した。リンゴが落ちるのも、月が地球のまわりを回るのも、惑星が太陽のまわりを楕円を描いて回るのも、すべて「質量をもつもの同士は引き合う」という**一つの法則**から説明できる、という主張である。

アリストテレス以来およそ二千年、天の世界（完全で永遠）と地上の世界（不完全で移ろう）は別々の原理で動くと考えられてきた。ニュートンはその区別をなくし、しかもそのことを、言葉でなく**数学**で、誰でも検算できる形で示した。

■ 未来を言い当てる：ハレー彗星と海王星

理論が世界のしくみを言い表せているかどうかは、まだ誰も見ていない出来事を予言できるかどうかで試される。



図 3　1986 年に戻ってきたハレー彗星。

ニュートンの友人ハレーは、1531 年・1607 年・1682 年に現れた彗星が同じ一つの彗星だと考え、1758 年ごろにまた戻ってくると予言した。フランスの数学者クレローらは、木星と土星の引力による軌道のずれまで計算に入れ、最も太陽に近づく日を「1759 年 4 月 13 日ごろ、前後 1 か月の誤差あり」と発表した。彗星は 1758 年のクリスマスの夜に見つかり、実際に太陽に最も近づいたのは 3 月 13 日。予言の幅のぎりぎり内側であった。

1846 年には、フランスのルヴェリエが天王星の動きのずれから外側の未知の惑星の位置を計算し、ベルリン天文台のガレがその夜のうちに、予言から 1 度ほどの場所で**海王星**を見つけた（「ペン先で発見された惑星」）。予言が当たる経験を積み重ねたことで、人々は**理性への強固な自信**を持つようになった。ニュートンの死後、詩人ポープは墓碑銘にこう書いている。

> 自然と自然の法則は夜の闇に隠れていた。
> 神は言った、「ニュートンあれ！」と。すると、すべてが光になった。
> （アレキサンダー・ポープ）

聖書の「光あれ」をもじったこの一節は、当時の人々の受け止め方をよく表している。世界は「**慣習と神話**」が支配するものから、「**理性と科学**」が支配するものへと変わり始めた。



ピエール＝シモン・ラプラス

Pierre-Simon Laplace（1749–1827）　フランスの数学者・天文学者

微積分で天体の運動の理論を『天体力学』にまとめ上げた。ナポレオンに神が出てこないと言われ、「陛下、私にはその仮説は必要ありませんでした」と答えたという逸話がある。

> ある瞬間に、自然を動かしているすべての力と、自然をつくっているすべてのものの位置とを知っている知性があるとしよう。……その知性にとって不確かなものは何もなく、未来も過去も、その目の前にあるだろう。
> （ラプラス『確率の哲学的試論』（1814 年））

この想像上の知性は、のちに「**ラプラスの悪魔**」と呼ばれるようになった。世界のいまの状態がわかれば、変化のルール（微分方程式）を解くことで未来がすべて決まる。理性で世界を解き明かせるという考え方を、これ以上なく鋭く言い切った文であり、その根拠はすべて微積分にある。

4. 理性の限界はなんだろう

ニュートン力学の大成功のあと、哲学者たちは一歩引いて、根本的な問いを立てた。人間の理性で世界を理解できるというが、**その理解は、本当に確かなものなのか**。実はニュートン自身も、重力が「どう」働くかは数式で示したが、「**なぜ**」離れた物体同士が引き合うのかには答えず、「私は仮説をつくらない」と書いている。観測と一致する法則を書くことと、その奥の「本当の原因」を言い当てることは、別の仕事だという態度である。



デイヴィッド・ヒューム

David Hume（1711–1776）　スコットランドの哲学者

「原因と結果」のつながりを、人間は本当に見ているのかと問うた。主著『人間本性論』（1739–40 年）。

ビリヤードの球 A が球 B に当たり、B が動き出す。私たちは「A が**原因**で B が動いた」と考えるが、実際に目で見ているのは、出来事が**続けて起きた**ことだけで、「原因の力」そのものは見えていない。何度も同じ順番で起きるのを見て、私たちが「次もそうなるはずだ」と**慣れている**にすぎない。「これまで毎朝太陽がのぼったから、明日ものぼる」という推論（**帰納**）も、どれほど確からしくても絶対に確実とは言えない。観測から帰納で得た科学の法則にも、同じ弱点がある。



イマヌエル・カント

Immanuel Kant（1724–1804）　ドイツ（プロイセン）の哲学者

「ヒュームの指摘が、私を独断のまどろみから目覚めさせた」と書いた。主著『純粋理性批判』（1781 年）。

カントは発想を逆にした。「人間の認識が対象に合わせる」のではなく、「**対象のほうが、人間の認識のしくみに合わせて現れる**」と考えたのである。人間は時間・空間・因果といった「認識の枠組み」をはじめから持っていて、枠組みを通して見える世界（**現象**）については確かな知識を持てるが、「それ自体としての世界」は知りえない。この発想の逆転は「**コペルニクス的転回**」と呼ばれる。

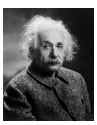
ヒュームとカントで何が変わったのか

僕の見方では、科学がめざすものの範囲は、ある意味で**狭められた**。「世界の本当の姿・本当の原因」を言い当てることは、もうめざさない。めざすのは、**観測できる現象と整合する数理モデルをつくること**である。モデルの予言を実験で確かめ、合わなければ作り直す。混沌とした外の世界を、人間に扱える形に整理し直すのが科学の仕事だ、という考え方である。

範囲を狭めたことは、後退ではなかった。僕はむしろ、範囲を狭めたことで科学がかえって発展したと考えている。実験と合うかだけを基準にしたことで、**常識に反する実験結果**が出ても理論を組み直せるようになったからである。

■ 20 世紀：常識が通用しない世界へ

19 世紀の終わりから、物理学者たちはニュートン力学ではどうしても説明できない実験結果に次々とぶつかった。光の速さは、観測する人がどんな速さで動いていても同じ値になる。原子の中の電子は、とびとびのエネルギーしか持てない。物理学者たちは「時間や空間は絶対的なものだ」という当然の前提さえ、合わなくなったら手放して組み直した。



アルベルト・アインシュタイン

Albert Einstein（1879–1955）　ドイツ生まれの物理学者

1905 年に特殊相対性理論を発表し、「時間の進み方は観測者によって違う」ことを示した。

> （相対性理論に影響を与えたのは）マッハ、そしてそれ以上にヒュームでした。……こうした哲学の勉強がなければ、私が答えにたどり着けなかったということも、十分ありえます。
>
> （アインシュタインの手紙（1915 年））

量子力学の中心にあるシュレーディンガー方程式は、またしても微分方程式である。これを土台に 1947 年にトランジスタが発明され、君たちのスマートフォンの頭脳には、指先ほどの大きさに百億個を超えるトランジスタが詰め込まれている。

ブラックホールも、方程式の解として紙の上に現れてから約百年後の 2019 年に、その影が画像にとらえられた。見えないものや扱いきれないものを前提と論理だけで予言し、現実と照らし合わせて直し続け、そこから「世界はこういうしくみになっているのだ」という理解を引き出す。これこそが理性の理性たる本分なのだと、僕は思う。

5. 自然の次は「社会」を解く

地動説から『プリンキピア』に至る**科学革命**で、自然が数式で解けるとわかった。自然が数式で解き明かせるなら、**人間の社会**にも普遍的な法則があるのではないか。その代表が**社会契約説**である。国家や法律がまだ何もない状態（**自然状態**）を思い描き、人々がどんな約束（契約）を結べば安全に人間らしく生きられるかを考えて、国家の存在理由をそこから説明する。「最も単純な状態」を仮定して全体を組み立て直す手順は、物理学のやり方とよく似ている。



トマス・ホッブズ

Thomas Hobbes（1588–1679）　イギリスの哲学者

40 歳ごろ、知人の書斎でたまたま開いていたユークリッドの幾何学書で三平方の定理を見て「そんなばかな」と叫んだ。証明をさかのぼるうちにすっかり納得し、以来、幾何学に夢中になったと伝えられる。



図 4　『リヴァイアサン』の扉絵（1651 年）。

主著『リヴァイアサン』で、ホッブズは自然状態を「**万人の万人に対する闘争**」と考えた。だから人々は力を一人の主権者（国家）に預ける契約を結ぶ、と論じた。扉絵の巨人（国家）は無数の小さな人間でできていて、国家を部品（個人）でできた**機械**のように描いている。



ジョン・ロック

John Locke（1632–1704）　イギリスの哲学者

ニュートンの友人で、王立協会の会員。自分の仕事を、「比類なきニュートン氏」のような偉大な建設者のための**地ならし**をする下働きのようなものだと書いた。

ロックは『統治二論』（1689 年）で、人間は生まれながらに**生命・自由・財産**への権利（**自然権**）を持ち、政府がそれを踏みにじるなら作り直してよい（**抵抗権**）と論じた。この考えは、1776 年のアメリカ独立宣言の「すべての人は平等に造られ、生命・自由・幸福の追求の権利を与えられている」にほぼそのまま受け継がれている。



ジャン＝ジャック・ルソー

Jean-Jacques Rousseau（1712–1778）　ジュネーヴ生まれの思想家

『社会契約論』（1762 年）の冒頭「人間は自由なものとして生まれた。しかし至るところで鎖につながれている」は有名。

ルソーは、社会の構成員全員に共通する意志（**一般意志**）に基づいて法をつくり、国の主人を王ではなく**人民**とする（**人民主権**）という考えを打ち立てた。学問の進歩が道徳を堕落させたと主張したルソーでさえ、カントはニュートンと並べて「人間の本性を初めて発見した」人とメモに書いている。

■ フランス革命と人権宣言



図 5　「人間と市民の権利の宣言」（1789 年）を描いた絵。

1789 年、フランス革命で絶対王政が倒れ、議会は「**人間と市民の権利の宣言**」（人権宣言）を採択した。第 1 条は「人は、自由かつ権利において平等なものとして生まれ、生存する」、第 6 条は「法は一般意志の表明である」。ロックの自然権とルソーの一般意志が、そのまま条文になっている。ニュートンが自然の法則を誰でも検算できる数式で示したように、人権宣言は人間の権利を、**誰でも読んで訴えの根拠にできる条文**の形で示したのである。

こうした考え方は各国の憲法や 1948 年の**世界人権宣言**へと受け継がれた。日本国憲法の第 97 条は次のように定めている。

> この憲法が日本国民に保障する基本的人権は、人類の多年にわたる自由獲得の努力の成果であつて、これらの権利は、過去幾多の試錬に堪へ、現在及び将来の国民に対し、侵すことのできない永久の権利として信託されたものである。
>
> （日本国憲法　第 97 条）

「人類の多年にわたる自由獲得の努力」の中には、この読み物で見てきた、科学革命から人権宣言までの長い流れが含まれている。

6. 火・ことば・微積分を並べてみる

	いつごろから	何から自由にしたか	何ができるようになったか
火	約 100 万年前	寒さ・闇・猛獣・細菌	安全に生き延び、体と脳を養う
ことば	数万〜数十万年前	孤立・忘却	他者の考えと自分の内側を解き明かし、知識を受け継ぐ
微積分	三百数十年前	神話と気まぐれな運命	外の世界を理性で解き明かし、未来を計算する

こう並べると、僕が微積分を三大発明の一つに数える理由が伝わるだろうか。これほどの発明が、生まれてからまだ三百数十年しかたっていないというのも、なんともロマンのある話である。そう思うと、僕たち、微積分が発明されたあとの世界に生まれて、本当に運がいいよなあ。

これに比べれば、車輪も蒸気機関も iPhone も、ささやかな発明だと僕は思う。つまらないという意味ではない。**微積分がすごすぎる**のである。そもそも iPhone の電波も半導体チップも GPS も、微分方程式でふるまいがわかったから作れたもので、iPhone は微積分という「親」から何代も下った子孫なのだ。

7. 微積分はどこまで「原因」と言えるのか

この読み物の原案を同僚の講師に見せたところ、鋭い反論が返ってきた。

> 革命を起こした人たちが微積分を理解していたわけではない。「iPhone が YouTube を生み、YouTube が迷惑系 YouTuber を生んだから、迷惑系 YouTuber は iPhone のせいだ」と言うのと、どこが違うのか。
>
> （同僚の講師の反論（要約））

革命の担い手が受け取ったのは微積分**そのもの**でなく「理性で世界を解ける」という**考え方**のほうで、その分だけ関係は一段遠い。ここは同僚の言うとおりである。しかも大きな変化ほど、原因は一つではない（地動説、ガリレオの実験、活版印刷による知識の普及など）。

それでも、迷惑系 YouTuber の話とは違うと僕は考える。理由は二つある。一つ目は、**当事者が自分で書き残している**ことである。ロックはニュートンのための地ならしを自任し、ヒュームは『人間本性論』に「実験的な推論の方法を、人間の問題に持ち込む試み」という副題をつけた。二つ目は、**人々が納得した根拠が、微積分による計算だった**ことである。

同僚はさらに、「互いに広く結びついた関係の中から一本の道筋を選んで強調するのは、主観を多く含んだ語り方だ」とも言った。これもよい反論で、この読み物は「微積分」という視点から組み立てた一つのモデルである。ただ、カントによれば「原因と結果」は人間の認識が世界に与える枠組みであり、視点を一つも選ばない「歴史の全体像」を、人間は手にすることができない。物理学者が「位置」や「速さ」という物差しを選ばなければ式を一行も書けないのと同じである。だから歴史の語りに求めるべきなのは、選んだ視点を明かしていること、史料と矛盾しないこと、合わない事実が出てきたら直せることの三つだと思う（まあ、そのうえで物語としておもしろいと、なおうれしいのだが笑）。

木下の結論

微積分は、「人間は理性で外の世界を解き明かせる」という考え方の**直接の原因の一つ**であった。その考え方を決定的にした証拠は、微積分による予言の成功だったからである。そして人権や法治国家にとって、微積分は**その考え方を経由した、根本の原因の一つ**である。革命の引き金は財政の破綻やパンの値上がりであったが、革命が何をめざすのか（人権・法による支配）は、理性への自信によって方向づけられた。

考えてみよう

1. 君なら「人類の三大発明」に何を選ぶだろうか。「人間を何から自由にしたか」「何ができるようになったか」の 2 点で説明してみよう。
2. 最近は、AI に質問すると筋の通ったもっともらしい説明がすぐに返ってくる（この読み物の一部も AI が書いている）。よくできた説明を受け取ったとき、どこを確かめれば鵜呑みにせずにすむだろうか。

8. おわりに

君たちがいまノートに書いている $\frac{dy}{dx}$ や $\int f(x)\,dx$ は、三百数十年前にライプニッツが考え、世界の見え方を変えるのに使われたものと同じである。次に微分の計算をするときには、それを x^n を nx^{n-1} に書き換えるだけの作業だと思わずに、その向こうにある三百数十年の人間の理性の歴史に、少しだけ思いを馳せてみてほしい。

本文の一部は AI が生成し、事実確認の多くも AI を用いて行いました。なにか誤りを発見されたり、あるいは木下とこの件（に限らずどんなことでも、ふつうに最近食った美味いものの話とか恋バナとかでも）についておしゃべりしてくれるよって人は、ぜひ本部校舎の講師室へお越しください。どれが木下かわからない場合には、大声で呼ぶか、講師室にいるふざけた髭ヅラの奴がいたらそいつが木下です。

肖像・図版はすべて Wikimedia Commons のパブリックドメインのものです。出典は長い版（https://tecktom.com/blog/juku-sandai/）の参考文献にまとめています。